

Autograph 活用授業例

作成日 2018年12月19日

更新日 2019年4月1日

(株) アフィニティサイエンス

Email: help@affinity-science.com

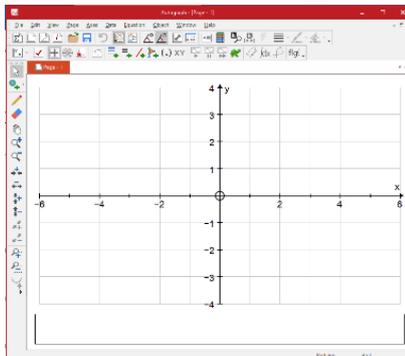
<概要>

タイトル	身の回りの指数関数－高度と大気圧－		
数学単元	数学Ⅱ 指数関数・対数関数>指数関数>指数関数とそのグラフ		
関連分野	大気圧 中学校理科>力と圧力 高校地学基礎>大気と海洋>大気と海水の運動		
授業形態	実演（教師のみ Autograph 使用環境を整える必要あり。）		
指導時間	50分（導入5分＋解説20分＋実演操作25分）		
バージョン	Autograph4.0		
レベル	Standard/Advanced		
難易度	★★★☆☆		
目標	指数関数のグラフと地学の学習とを関連付けること。		
概要	高度と大気圧の関係が指数関数で表されることを利用して、指数関数のグラフと地学の学習とを関連付ける。		
指導計画	有	生徒用ワークシート	有
参考文献	地球環境科学入門（ジュリアン・アンドリューズ他、渡辺正訳）		

<指導計画>

※ ボックス内 は、<生徒用ワークシート>の空欄箇所に対応しています。

導入 (5分)	山に登ったり、飛行機に乗ったりして、標高の高いところへ行くと気圧が下がる、ということは知っていますね？では、どのくらい高いところまでいくと、どのくらい気圧が下がるか、ということは知っていますか？
理論 (10分)	実は、高度が0~11 kmの範囲（この範囲を「 対流圏 」と言います。）では、 高度 （ x [km]）と 気圧 （ y [hPa]）の関係が、式(1)のような 指数関数 で表されることがわかっています。（専門的な言葉を使うと「近似できる」だけなので、厳密に当てはまるわけではありません。） $y = p_0 e^{-\frac{x}{H}}$ 式(1) 式(1)中の p_0 は地表（高度 $x=0$ ）の気圧、 H は高度と気圧の関係を表す定数です。 自然対数 と言います。 ここで、 指数関数 とは、式(2)で表される関数です。 $y = a^x$ 式(2) 今回は、地表（高度 $x=0$ ）の気圧を 1013、高度と気圧の関係を表す定数を 8.4 として、この式をグラフにしてみましょう。 操作 1 (15分) ① Advanced レベルで 2D 画面を開きます。



- ② 式挿入のアイコン  をクリックして、「Equation」欄に式を入力します。表記の都合上、式(1)の p_0 を p 、 H を h として次の式を入力してください。

$$y = p \times \exp(-x/h)$$

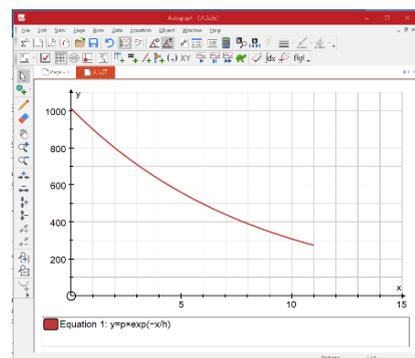
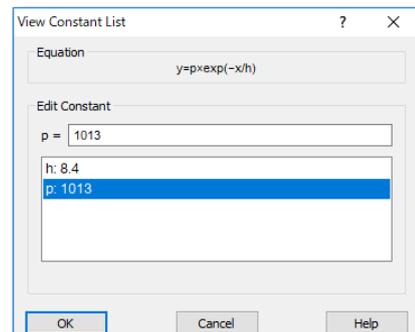
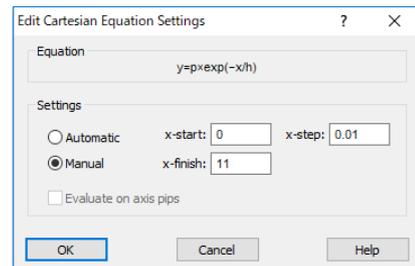
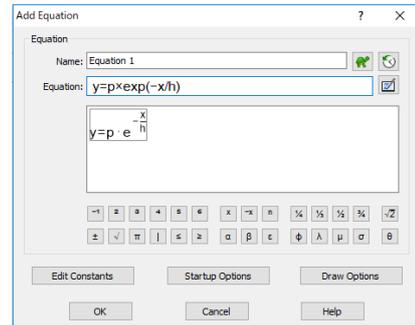
- ③ 「Startup Options」をクリックして、次のように定義域を定めます。「x-step」の項目では、グラフが描かれる過程をアニメーションで見る際の速度を変更できます。

x-start	0
x-finish	11
x-step	0.01

- ④ 「Edit Constants」をクリックして次のように定数を定めます。

h	8.4
p	1013

- ⑤ 「OK」をクリックすると、グラフが作成されます。「OK」を選択する前に「Equation」横のアイコン  をクリックすると、グラフが描かれる過程をアニメーションで見ることができます。



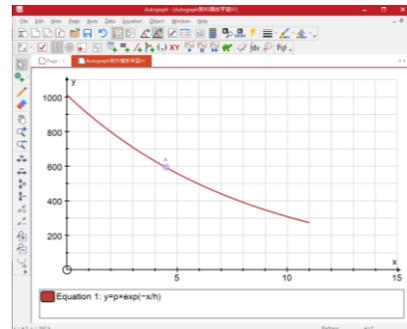
解説
(5分)

x 軸は高度[km]を、y 軸は気圧[hPa]を表しています。このグラフを見ると、どのくらい高いところへ行くとどのくらい気圧が下がるのかわかりますね。例えば、富士山の標高は約 3.8 km ですから、気圧は 644.4 hPa であることがわかります。(求め方は操作2を参照してください。) エヴェレスト

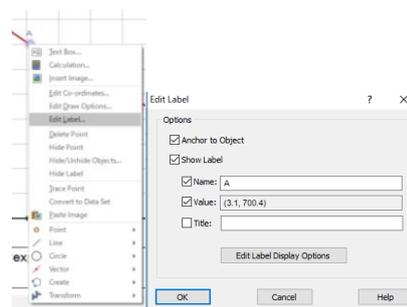
操作 2
(10 分)

の標高は 8.8 km、飛行機が飛んでいる高度は 10 km です。それぞれの気圧はどのくらいでしょうか。

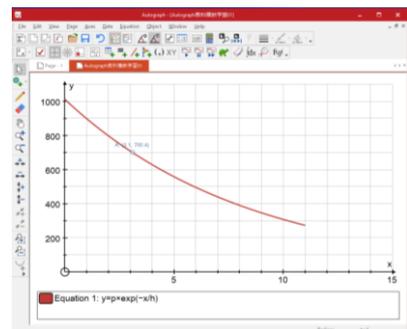
- ① 点をプロットするアイコン  からグラフ上に点 A をプロットします。カーソルが ← になったときにクリックするとグラフ上に点をプロットできます。



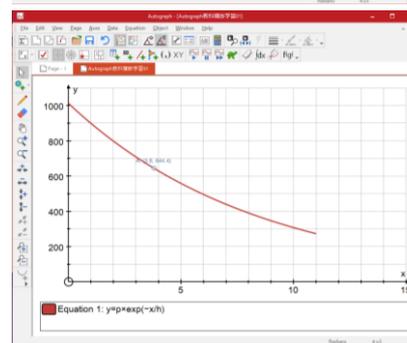
- ② カーソルをセレクトモード  に戻します。点 A を選択した状態で右クリックをしてラベル編集を行う「Edit Label」を選択し、座標の表示を示す「Value」のチェックボックスにチェックを入れます。「OK」をクリックすると、点 A の座標が表示されます。



- ③ 点 A を移動させると、表示される座標の値も変化します。富士山の標高 (3.8 km) の気圧を求めるには、点 A を x 座標が「3.8」になるところへ移動させます。点 A の x 座標が「3.8」のとき、y 座標は「644.4」となるので、気圧が 644.4 hPa であることがわかります。



- ④ 同様な操作を行うことで、エヴェレストの標高 (8.8 km) における気圧 355.3 hPa、飛行機が飛んでいる高度 (10 km) における気圧 308 hPa であることがわかります。



解説

このように、高度と大気圧の関係は、指数関数で表すことができます。他に

(5分) 指数関数で表すことのできる関係を考え、調べてみましょう。

(例) 折り紙

…半分に折った回数 (x 回) と積み重なった紙の枚数 (y 枚) の関係 $\rightarrow y = 2^x$

<生徒用ワークシート> (1/2)

身の回りの指数関数－高度と大気圧－

日付 _____ 年 _____ 月 _____ 日
_____ 年 _____ 組 _____ 番
名前 _____

山に登ったり、飛行機に乗ったりして、標高の高いところへ行くと気圧が下がる、ということは知っていますね？では、どのくらい高いところまでいくと、どのくらい気圧が下がるか、ということは知っていますか？

実は、高度が 0～11 km の範囲（この範囲を「」と言います。）では、（ x [km]）と （ y [hPa]）の関係が、式(1)のような で表されることがわかっています。（専門的な言葉を使うと「近似できる」だけなので、厳密に当てはまるわけではありません。）

$$\text{式(1)}$$

式(1)中の p_0 は地表（高度 $x=0$ ）の気圧、 H は高度と気圧の関係を表す定数です。 e は と言います。

ここで、 とは、式(2)で表される関数です。

$$\text{式(2)}$$

今回は、地表（高度 $x=0$ ）の気圧を 1013、高度と気圧の関係を表す定数を 8.4 として、この式をグラフにしてみましょう。

x 軸は高度 [km] を、 y 軸は気圧 [hPa] を表しています。このグラフを見ると、どのくらい高いところへ行くとどのくらい気圧が下がるのかわかりますね。

富士山の標高（約 3.8 km）→ hPa

エヴェレストの標高（8.8 km）→ hPa

飛行機が飛んでいる高度（10 km）→ hPa

<生徒用ワークシート> (2/2)

日付 _____ 年 _____ 月 _____ 日
_____ 年 _____ 組 _____ 番
名前 _____

このように、高度と大気圧の関係は、指数関数で表すことができます。他に指数関数で表すことのできる関係を考え、調べてみましょう。

