Autograph 活用授業例

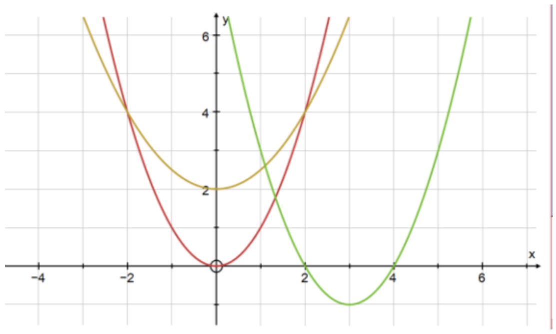
作成日　2018 年 12 月 27 日
更新日　2019 年 4 月 1 日
（株）アフィニティサイエンス
Email: help@affinity-science.com

＜概要＞

<table>
<tr><td>タイトル</td><td colspan="3">二次関数グラフの秘密</td></tr>
<tr><td>数学単元</td><td colspan="3">数学 I
二次関数＞二次関数とそのグラフ</td></tr>
<tr><td>授業形態</td><td colspan="3">実演（教師のみ Autograph 使用環境を整える必要あり。）</td></tr>
<tr><td>指導時間</td><td colspan="3">50 分（導入 15 分＋解説 15 分＋実演操作 20 分）</td></tr>
<tr><td>バージョン</td><td colspan="3">Autograph4.0</td></tr>
<tr><td>レベル</td><td colspan="3">Standard/Advanced</td></tr>
<tr><td>難易度</td><td colspan="3">★★★☆☆</td></tr>
<tr><td>目標</td><td colspan="3">二次関数への理解を深めること。</td></tr>
<tr><td>概要</td><td colspan="3">全ての二次関数のグラフが相似であることを理論的に証明した後、証明したことを Autograph で再現する。</td></tr>
<tr><td>指導計画</td><td>有</td><td>生徒用ワークシート</td><td>有</td></tr>
</table>

＜指導計画＞

※$\boxed{\text{ボックス内}}$は、＜生徒用ワークシート＞の空欄箇所に対応しています。

導入 (15 分)	**図 1**（＜生徒用ワークシート＞にも同じ図あり。）を見てください。二次関数のグラフが 3 つありますね。 実はこれらのグラフには秘密があります。何かわかりますか？ その秘密とは、$\boxed{\text{全ての二次関数のグラフは相似の関係にある}}$ということです。 まずは、自分達で証明方法を考えてみましょう。  **図 1**
理論 (15 分)	全ての二次関数のグラフは相似であることを証明します。 二つの二次関数のグラフ$\mathrm{y}=ax^2+bx+c$と$\mathrm{y}=px^2+qx+r$が相似であることを証明します。（ただし、a及びpは 0 でない実数とします。） まず、$\mathrm{y}=ax^2+bx+c=\boxed{\mathrm{a}\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a}+c}$ですので、このグラフを x 軸方向に$\boxed{-\frac{b}{2a}}$、y 軸方向に$-\left(\boxed{-\frac{b^2}{4a}+c}\right)$だけ平行移動させると、$\mathrm{y}=ax^2$と一致します。同様に、$\mathrm{y}=px^2+qx+r$は$\mathrm{y}=px^2$と一致します。 よって、$\mathrm{y}=ax^2$と$\mathrm{y}=px^2$が相似であることを示せば良いことがわかります。

$\mathrm{y}=ax^2$上の点(X, aX^2)を原点を中心に$\frac{a}{p}$倍に拡大すると、$\left(\boxed{\frac{a}{p}X, \frac{a^2}{p}X^2}\right)$

となり、$\mathrm{y}=px^2$上に移動します。また、Xが実数全体をうごくとき、$\frac{a}{p}X$も

実数全体を動きます。

したがって、$\mathrm{y}=ax^2$と$\mathrm{y}=px^2$は拡大により重なります。

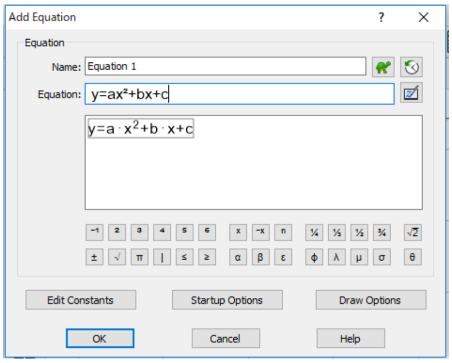
以上より、全ての放物線は相似であることが示されました。

操作
(20 分)

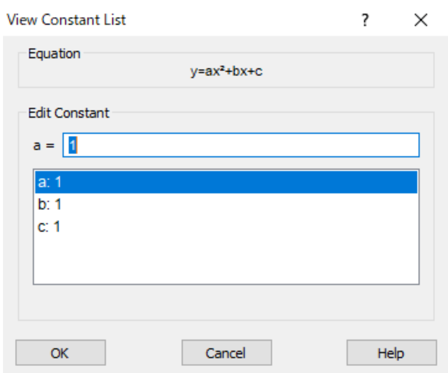
証明したことを Autograph 上で再現してみましょう。

① 2D グラフシートにおいて、式挿入のアイコンをクリックし、「Equation」に次の式を入力してください。

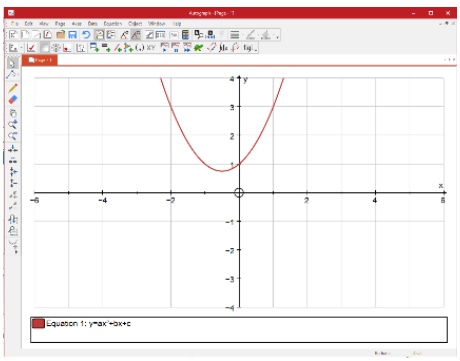
$$\boxed{\mathrm{y=ax^2}}$$



② 「Edit Constants」をクリックして、定数 a を自由に設定しましょう。



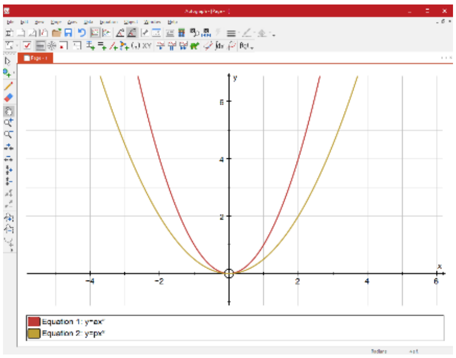
③ 「OK」をクリックすると、グラフが表示されます。



④ ①～③と同様の操作を行って、「Equation2」として次のグラフを描いてみましょう。

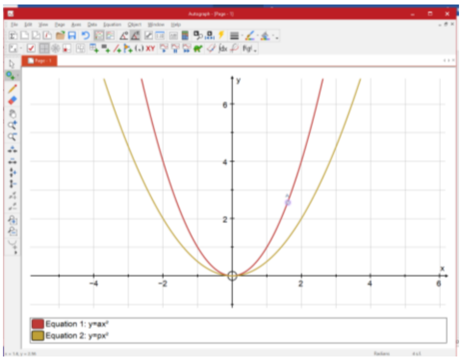
$$\boxed{y=px^2}$$

ただし、p の値は、②で設定した a とは異なる数値にしましょう。

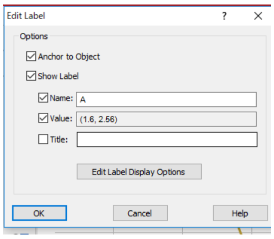


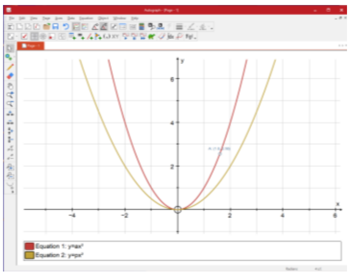
⑤ 点をプロットするためのアイコン

から、y=ax²グラフ上に点をプロットします。カーソルを y=ax²グラフ上に動かすと、マークが×印から→印に変わりますので、→のマークの時にクリックすることで、グラフ上に点 A をプロットできます。

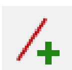


⑥ 点 A を選択し、右クリックして「Edit Lavel」から、「Value」のチェックボックスにチェックをして、座標を挿入します。

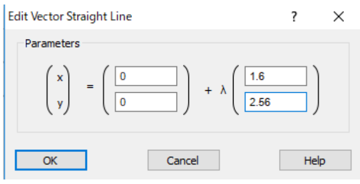




⑦ 直線を挿入するためのアイコン

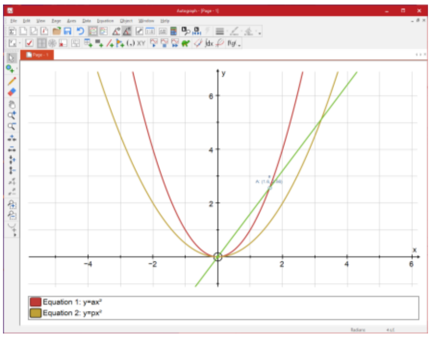


をクリックし、点 A と原点を通る直線を描きます。



$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 点A\,のx座標 \\ 点A\,のy座標 \end{pmatrix}$$

描いた直線と、y=px^2の交点が、点 A を$\frac{a}{p}$倍に拡大した点になります。



＜生徒用ワークシート＞（1/2）

二次関数のグラフの秘密

日付　　　　　　年　　　月　　　日

年　　　組　　　番

名前

図 1 を見てください。

二次関数のグラフが３つありますね。これらのグラフには秘密があります。

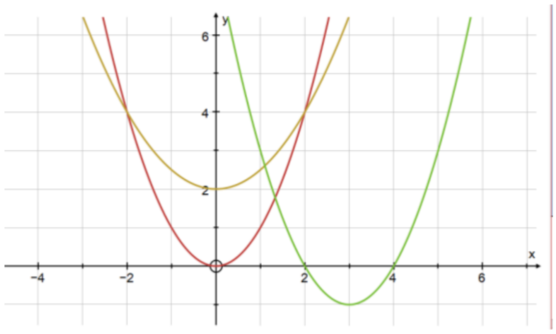


図 1

その秘密とは、

証明方法を考えてみましょう。

<生徒用ワークシート>（2/2）

日付　　　　　　年　　　月　　　日
年　　　組　　　番
名前

◎証明（穴埋め）

二つの放物線$y = ax^2 + bx + c$と$y = px^2 + qx + r$が相似であることを証明します。（ただし、a及びpは0でない実数とします。）

まず、$y = ax^2 + bx + c =$ $\boxed{}$ ですので、このグラフをx軸方向に $\boxed{}$、y軸方向に$-$（$\boxed{}$）だけ平行移動させると、$y = ax^2$と一致します。同様に、$y = px^2 + qx + r$は$y = px^2$と一致します。
よって、$y = ax^2$と$y = px^2$が相似であることを示せば良いことがわかります。

$y = ax^2$上の点(X, aX^2)を原点を中心に$\frac{a}{p}$倍に拡大すると、（$\boxed{}$）となり、$y = px^2$上に移動します。また、Xが実数全体をうごくとき、$\frac{a}{p}X$も実数全体を動きます。
したがって、$y = ax^2$と$y = px^2$は拡大により重なります。
以上より、全ての放物線は相似であることが示されました。

◎Autograph で再現してみましょう。